

Prova I, Geometria e Vetores – MAT0112 – IF – Albert Fisher – 15 de maio de 2020

Coloque o seu nome, numero USP, assinatura em cima da página um. Justifique suas respostas! Boa sorte!

Nota: Nao escreve nesta folha. Favor esrceve em uma folha so (não no verso) de papel branco e com caneta ou lapis escuro para deixar o mais legivel possivel. Depois escanear ou tira foto e madar para mim num email.

(1) Dado a seguinte equação geral de um plano:

$$3x - y + z + 1 = 0$$

(1a) Escreve uma equação paramétrica pelo plano, com parametros x, y . Isto é, ache vetores $\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{p}$ tal que para (x, y, z) no plano, $(x, y, z) = x\mathbf{v} + y\mathbf{w} + \mathbf{p}$.

(1b) Ache a equação paramétrica de um plano paralelo a isto e que passe pelo ponto $(1, 1, 1)$.

(1c) Ache a equação geral deste segundo plano. Este plano é de fato diferente do que o plano de (1a)? Porque sim ou não?

(2)

(2a) Uma matriz M agindo nos vetores colunas por

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

geometricamente descreve uma rotação do plano no sentido anti-horário por qual angulo θ ?

(2b) Ache M^{47} para a matriz M acima.

(2c) Ache a matriz N que geometricamente descreve uma refleção no eixo x .

(2d) Ache uma matriz P que descreve a rotação dado por M seguido pela refleção. Isto é uma rotação? Porque sim ou não?

(3) Dado a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

A matriz M é invertível? Porque sim ou não? Se existe uma inversa N para M , ache N , e verifique que de fato $NM = MN = I$.

(4) Dado a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(3a) Ache uma matriz elementar tal que EM está na forma escalonada.

(3b) Ache uma base para $\text{Lin}(M)$, o espaço de linhas do M .

(3c) Considere a sistema de equações

$$w + y + z = 0$$

$$x + -3y + z = 0$$

$$w + x + -2y + 2z = 0$$

Utilizando parte (a), escreve o espaço de soluções $\mathbf{v} = (w, x, y, z)$ numa forma parametrizada. Qual é a dimensão deste espaço?