

**Prova I, Geometria e Vetores– MAT0112 – IF– Albert Fisher – 15 de maio de 2020**

Coloque o seu nome, numero USP, assinatura em cima da página um. Justifique suas respostas! Boa sorte!

*Nota: Não escreva nesta folha. Favor escreva em uma folha só (não no verso) de papel branco e com caneta ou lapis escuro para deixar o mais legível possível. Depois escanear ou tirar foto e mandar para mim num email.*

(1) Dado a seguinte equação geral de um plano:

$$3x - y + z + 1 = 0$$

(1a) Escreva uma equação paramétrica pelo plano, com parametros  $x, y$ . Isto é, ache vetores  $\mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{p}$  tal que para  $(x, y, z)$  no plano,  $(x, y, z) = x\mathbf{v} + y\mathbf{w} + \mathbf{p}$ .

(1b) Ache a equação paramétrica de um plano paralelo a isto e que passe pelo ponto  $(1, 1, 1)$ .

(1c) Ache a equação geral deste segundo plano. Este plano é de fato diferente do que o plano de (1a)? Porque sim ou não?

(2)

(2a) Uma matriz  $M$  agindo nos vetores colunas por

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

geometricamente descreve uma rotação do plano no sentido anti-horário por qual angulo  $\theta$ ?

(2b) Ache  $M^{47}$  para a matriz  $M$  acima.

(2c) Ache a matriz  $N$  que geometricamente descreve uma reflexão no eixo  $x$ .

(2d) Ache uma matriz  $P$  que descreve a rotação dado por  $M$  seguido pela reflexão. Isto é uma rotação? Porque sim ou não?

(3) Dado a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

A matriz  $M$  esta invertível? Porque sim ou não? Se existe uma inversa  $N$  para  $M$ , ache  $N$ , e verifique que de fato  $NM = MN = I$ .

(4) Dado a matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(3a) Ache uma matriz elementar tal que  $EM$  está na forma escalonada.

(3b) Ache uma base para  $\text{Lin}(M)$ , o espaço de linhas do  $M$ .

(3c) Considere a sistema de equações

$$\begin{aligned} w + y + z &= 0 \\ x - 3y + z &= 0 \\ w + x - 2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

Utilizando parte (a), escreva o espaço de soluções  $\mathbf{v} = (w, x, y, z)$  numa forma parametrizada. Qual é a dimensão deste espaço?