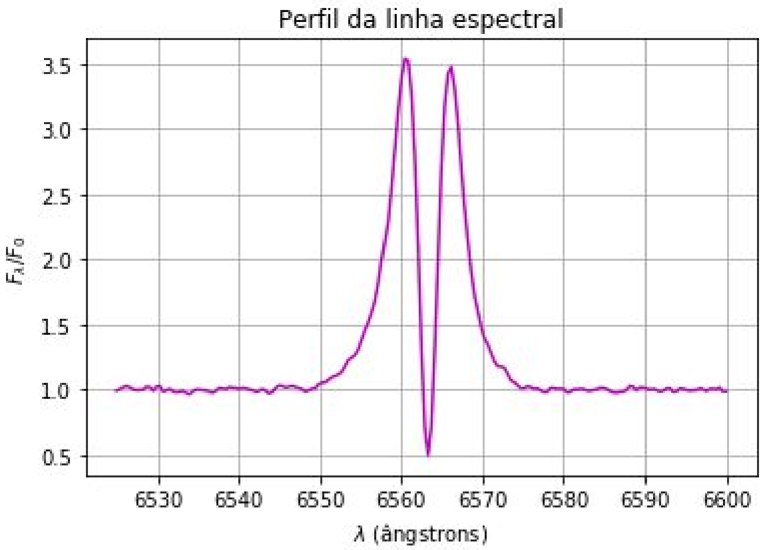
EP 5

Anne Viegas Rathsam - 10873535

Exercício 1 - Saída

A largura equivalente da linha espectral é de -20.316924354336933 ângstrons.



Exercício 2

Precisão pretendida	Precisão (epsilon)	Integral	N° de intervalos (n)
1e-3	0.0009898907555412647	2190085466.7892637	256
1e-4	6.150554865748819e-05	2190759696.074568	1024
1e-5	3.8429365819718565e-06	2190801793.5247755	4096
1e-6	9.607197875879258e-07	2190803898.2734313	8192
1e-7	6.00447121241752e-08	2190804556.0049825	32768
1e-8	3.7529247440104445e-09	2190804597.113561	131072
1e-9	9.382539299545308e-10	2190804599.169092	262144
1e-10	5.787242991912548e-11	2190804599.809021	1048576

Log(epsilon)	Log(n)
-3,004412732	2,408239965
-4,211085703	3,010299957
-5,415336782	3,612359948
-6,017403264	3,913389944
-7,221525233	4,515449935
-8,425630144	5,117509926
-9,027679608	5,418539922
-10,23752828	6,020599913

Sabemos que o método dos trapézios é de ordem 2, ou seja, a precisão (epsilon) deve aumentar com o quadrado do n° de intervalos (n). Dessa forma, a relação entre n e epsilon é $\varepsilon \sim \frac{k}{n^2}$, k uma constante.

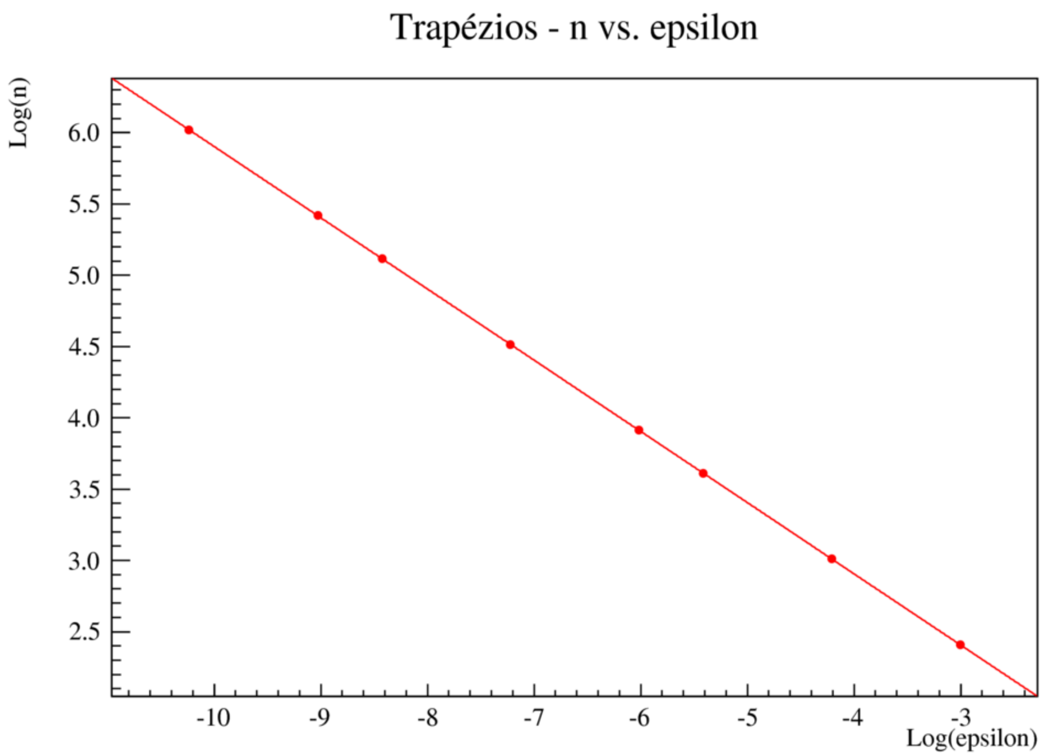
$\Rightarrow n = (\frac{k}{\varepsilon})^{1/2} = k' \varepsilon^{-1/2}$.

Em escala logarítmica, $log(n) = log(k') + log(\varepsilon^{-1/2})$

$\Rightarrow log(n) = log(k') - 0.5\, log(\varepsilon) = b + a\, log(\varepsilon)$, com $a = -0.5$.

Definindo $y = log(n)$ e $x = log(\varepsilon)$, o ajuste a ser feito é linear da forma $y = ax + b$.

O gráfico de $log(n) \times log(\varepsilon)$ com o ajuste descrito encontra-se a seguir.



Os resultados do ajuste encontrados foram $a = -0.49965 \pm 0.00013$ e $b = 0.9068 \pm 0.0009$. Podemos perceber que o valor encontrado para a foi extremamente próximo a -0.5, como esperado com base nos cálculos realizados acima, o que significa que a ordem encontrada para o método dos trapézios é 2, compatível com os valores teóricos obtidos em aula.

Exercício 3

Precisão pretendida	Precisão (epsilon)	Integral	N° de intervalos (n)
1e-5	1.5220775834041411e-06	2190804780.6668906	512
1e-6	7.758182894144792e-08	2190804610.700262	1024
1e-7	7.758182894144792e-08	2190804610.700262	1024
1e-8	4.644515413319907e-09	2190804600.5250363	2048
1e-9	2.8732621503392074e-10	2190804599.8955607	4096
1e-10	1.7913133357420014e-11	2190804599.8563166	8192

Log(epsilon)	Log(n)
-5,81756321	2,709269961
-7,110239986	3,010299957
-7,110239986	3,010299957
-8,333059592	3,311329952
-9,541624748	3,612359948
-10,74682844	3,913389944

Sabemos que o método de Simpson é de ordem 4, ou seja, a precisão (epsilon) deve aumentar com a quarta potência do n° de intervalos (n). Dessa forma, a relação entre n e epsilon é $\varepsilon \sim \frac{k}{n^4}$, k uma constante.

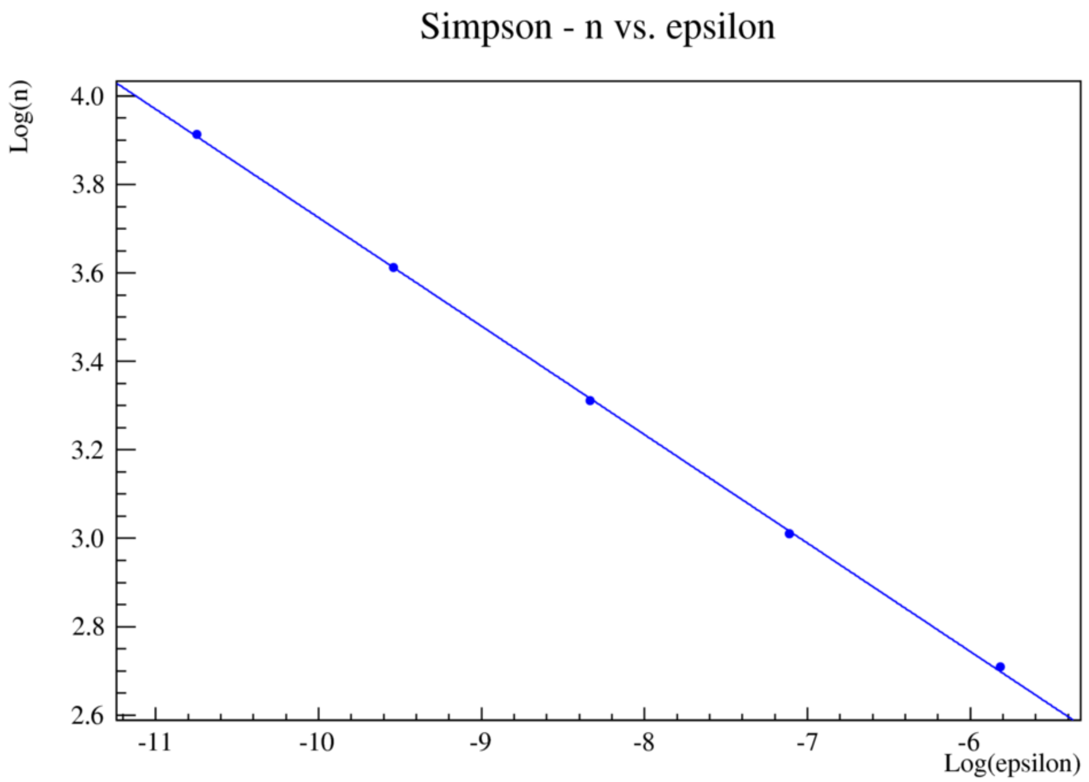
$\Rightarrow n = (\frac{k}{\varepsilon})^{1/4} = k' \varepsilon^{-1/4}$.

Em escala logarítmica, $log(n) = log(k') + log(\varepsilon^{-1/4})$

$\Rightarrow log(n) = log(k') - 0.25\, log(\varepsilon) = b + a\, log(\varepsilon)$, com $a = -0.25$.

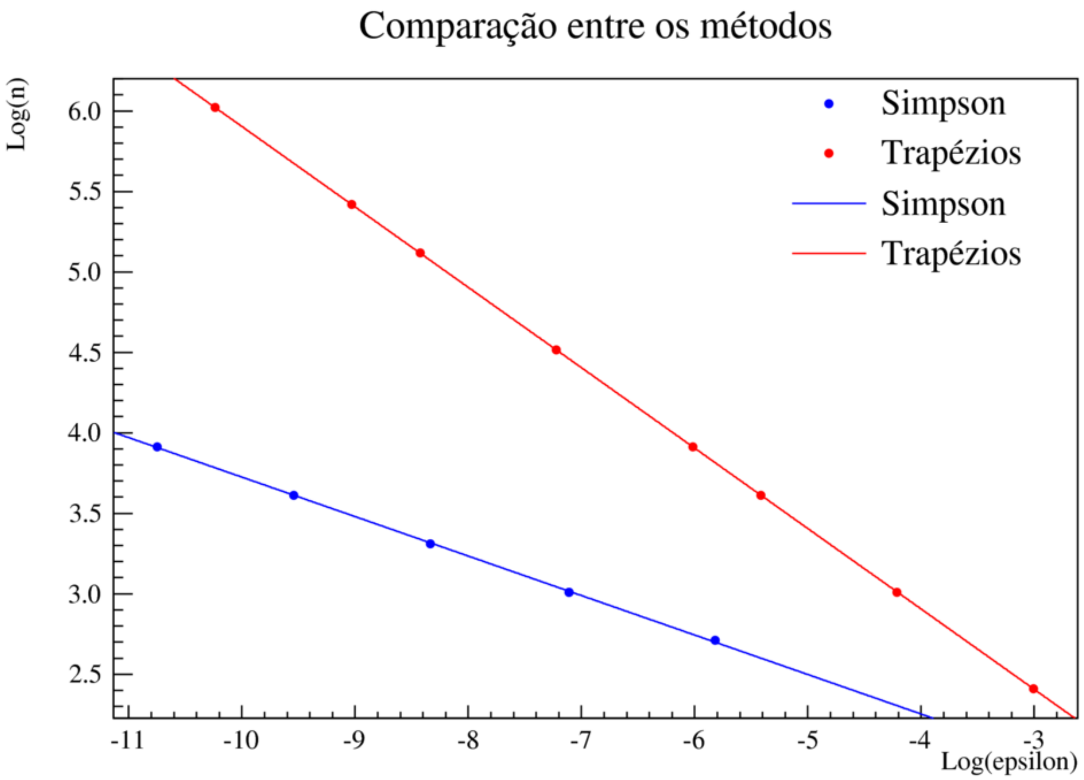
Definindo novamente $y = log(n)$ e $x = log(\varepsilon)$, o ajuste a ser feito é linear da forma $y = ax + b$.

O gráfico de $log(n) \times log(\varepsilon)$ com o ajuste descrito encontra-se a seguir.



Os resultados do ajuste encontrados foram $a = -0.2453 \pm 0.0018$ e $b = 1.272 \pm 0.015$. Podemos perceber que o valor encontrado para a foi extremamente próximo a -0.25, como esperado com base nos cálculos realizados acima, o que significa que a ordem encontrada para o método de Simpson é 4, compatível com os valores teóricos obtidos em aula.

Comparação entre os métodos



Podemos a partir dos valores de a e b recuperar os valores das ordens dos métodos (o) e constantes k. Para isso, fazemos

$a = -1/o \Rightarrow o = -1/a$ e

$b = log(k') \Rightarrow k' = 10^b = k^{1/2} \Rightarrow k = 10^{2b}$.

As incertezas podem ser obtidas por propagação:

$$\sigma_y{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i{}^2$$

$\Rightarrow \sigma_o{}^2 = \frac{1}{a^2}\sigma_a{}^2$ e

$\sigma_k{}^2 = 2 \cdot 10^{2b} \cdot ln(10)\, \sigma_b{}^2$

Com esses resultados, podemos construir uma tabela comparando as propriedades de ambos os métodos utilizados:

	Trapézios	Simpson
a esperado	-0.5	-0.25
a obtido	-0.49965 ± 0.00013	-0.2453 ± 0.0018
Ordem esperada	2	4
Ordem obtida	2.0014 ± 0.0003	4.077 ± 0.007
b	0.9068 ± 0.0009	1.272 ± 0.015
k	65.103 ± 0.016	349.9 ± 0.6

Podemos perceber que as ordens obtidas para ambos os métodos são compatíveis com os valores teóricos vistos em aula