

## AGA0503 – 1º Semestre de 2020 – Exercício de Programação 4

Devolução: 15/6/2020

### Ajuste de uma função não linear a um conjunto de pontos

Vimos em aula como fazer ajustes de funções lineares (entendidas como combinações lineares de funções artificiais) usando o método dos mínimos quadrados. Neste EP vamos mostrar como usar os princípios estatísticos do método dos mínimos quadrados para fazer ajustes multiparamétricos de pontos usando funções arbitrariamente complexas.

Como exemplo, vamos considerar uma estrela AGB circundada por uma camada de poeira (figura 4.1 da apostila). O espectro deste objeto,  $S$ , pode ser aproximado por uma soma de dois espectros de corpos negros com temperaturas diferentes e pesos diferentes: su

$$S(\lambda) = k_1 \frac{B_\lambda(T_1)}{\sigma T_1^4} + k_2 \frac{B_\lambda(T_2)}{\sigma T_2^4}. \quad (1)$$

Nesta expressão,  $k_1$  e  $k_2$  indicam a contribuição relativa da cada componente (1-estrela, 2-poeira) e têm unidades de área. A função de Planck aparece normalizada, i.e., dividida pela sua integral de 0 a infinito.

Neste EP faremos a simplificação (sem perda de generalidade!) que  $k_1 = k_2 = 1$ ,

$$S(\lambda) = \frac{B_\lambda(T_1)}{\sigma T_1^4} + \frac{B_\lambda(T_2)}{\sigma T_2^4}, \quad (2)$$

de forma que o problema reduz-se a encontrar o valor das duas temperaturas.

Cada aluno receberá uma tabela de pontos com três colunas: a) comprimento de onda, b) fluxo, c) erro do fluxo. Estas tabelas foram geradas através da equação (2) para diferentes valores de  $T_1$  e  $T_2$ . Os erros em fluxo são gaussianos com um determinado sigma, diferente para cada tabela.

**Objetivo:** desenvolver uma rotina em Python que calcule uma grade de valores de chi-quadrado ( $\chi^2$ ) para diferentes valores de  $T_1$  e  $T_2$  e encontre o par de valores que minimizem o  $\chi^2$ . O problema pode ser conceitualmente dividido nos seguintes passos:

**Passo 1:** Ler a tabela de dados em arrays específicos

**Passo 2:** Gerar grade de  $N$  valores de  $T_1$  e  $T_2$  e calcular os  $N \times N$  valores do chi-quadrado correspondentes. Dica: faça uma rotina interativa que pergunte os valores mínimo e máximo de  $T_1$  e  $T_2$  e o valor de  $N$ .

**Passo 3:** Encontre o valor mínimo do  $\chi^2$  e os valores de  $T_1$  e  $T_2$  correspondentes.

**Passo 4:** Faça gráficos de  $\chi^2$  vs.  $T_1$  e  $\chi^2$  vs.  $T_2$ . No primeiro caso, fixe  $T_2$  em seu valor de melhor ajuste, e vice versa. Dica: para facilitar a visualização, restrinja os valores de  $\chi^2$  calculados entre o mínimo  $\chi^2$  e um certo múltiplo deste mínimo.

**Passo 5:** Faça um gráfico 2D do chi-quadrado para visualizar se o mínimo encontrado é único, ou se há outros mínimos possíveis em outros lugares do espaço de parâmetros.

**Passo 6:** Faça um gráfico dos dados e do melhor modelo, bem como dos resíduos.

#### **Entregar:**

Enviar pelo Moodle:

- Código fonte
- Gráfico dos passo 4, 5 e 6
- Valores de  $T_1$  e  $T_2$  que melhor ajustam os dados